

UNIVERSITÄT HOHENHEIM

Fakultät für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften  
Lehrstuhl für Bankwirtschaft & Finanzdienstleistungen (510F)  
Prof. Dr. Hans-Peter Burghof

Seminararbeit im Rahmen des Seminars “Corporate Restructuring”  
im SoSe 2010

Thema I

Methodology for Predicting Bankruptcy

9. Fachsemester Wirtschaftswissenschaften Diplom

Stuttgart-Hohenheim, den 17.05.2010

# Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis.....	I
1 Problemstellung.....	1
2 Ein Überblick über empirisch-statistische Verfahren der Insolvenzprognose.....	2
2.1 Klassische statistische Verfahren.....	2
2.1.1 Univariate Analyse.....	2
2.1.2 Multiple Diskriminanzanalyse.....	3
2.1.3 Regressionsanalyse: Logit- und Probit-Modelle.....	4
2.2 Alternative Methoden.....	5
2.2.1 Überlebenszeitanalyse.....	5
2.2.2 Entscheidungsbaumverfahren.....	6
2.2.3 Künstliche neuronale Netze.....	6
3 Altmans Z-Score-Modell 1968.....	7
3.1 Entwicklung des Modells.....	8
3.1.1 Stichprobe, Datenerhebung und Variablenauswahl.....	8
3.1.2 Validierung des Modells.....	10
3.1.3 Empirische Ergebnisse.....	12
3.2 Weiterentwicklungen und Kritik.....	13
4 Das Z-Score-Modell im Vergleich mit Survival Analysis.....	14
4.1 Hazard-Modelle versus statische Modelle.....	15
4.2 Schätzung der Hazard-Funktion.....	16
4.3 Empirische Ergebnisse.....	17
5 Zusammenfassung und Schlussbemerkungen.....	19
Literatur.....	II

# 1 Problemstellung

Die große Anzahl der Veröffentlichungen zum Thema Insolvenzprognose in der Literatur des Finanz- und Rechnungswesens zeigt die Bedeutung und fortdauernde Aktualität dieses Themas. Auch offizielle Statistiken bestätigen das Erfordernis geeigneter Insolvenzprognoseverfahren: Die deutschen Amtsgerichte meldeten für das Jahr 2009 32.687 Unternehmensinsolvenzen. Damit lag die Anzahl der Insolvenzen erstmals seit 2003 wieder über der Zahl des Vorjahres.<sup>1</sup> Die Insolvenz eines Unternehmens ist mit hohen Kosten verbunden und hat Auswirkungen auf viele beteiligte Parteien, darunter Investoren, Kreditgeber und Beschäftigte. Eine wichtige Aufgabe der strategischen Unternehmensführung ist daher die ständige Überwachung der Unternehmensleistung und die Identifizierung potenzieller Probleme. Nur so können rechtzeitig vorbeugende und korrigierende Schritte unternommen werden.<sup>2</sup> Der Unternehmensführung stehen dazu verschiedene Restrukturierungsmaßnahmen zur Auswahl. Eine Restrukturierung muss aber nicht erst als Konsequenz auf eine Krisensituation des Unternehmens oder im Rahmen eines Insolvenzverfahrens erfolgen. Nach der Theorie des Corporate Restructuring sind Unternehmensrestrukturierungen eine Möglichkeit, den Unternehmenswert durch eine Anpassung an veränderte Umweltbedingungen zu steigern.<sup>3</sup> Ein richtig angewandtes Prognosemodell kann die Unternehmensleitung bei der Überwachung des Unternehmens unterstützen und frühzeitig die Erfordernisse einer Restrukturierung aufdecken. Zu diesem Zweck sind Verfahren, mit deren Hilfe Krisensituationen und Insolvenzgefahren rechtzeitig prognostiziert werden können, entscheidend.<sup>4</sup>

Im Laufe der letzten Jahrzehnte wurde eine große Anzahl von Modellen entwickelt, mit deren Hilfe der Eintritt oder die Wahrscheinlichkeit einer Insolvenz prognostiziert werden können. In vielen Studien bezieht sich der Begriff „business failure“ dabei auf den rechtlichen Akt einer Insolvenzanmeldung, eine allgemeine Definition existiert jedoch nicht.<sup>5</sup> Die verschiedenen Verfahren und Modelle unterscheiden sich unter anderem hinsichtlich der verwendeten ökonometrischen Methoden. Während mit einigen Verfahren nur eine Klassifizierung der Unternehmen in wahrscheinlich insolvente oder nicht insolvente Unternehmen erfolgen kann, geben andere Methoden eine Wahrscheinlichkeit für den Eintritt einer Insolvenz an. Die existierenden Verfahren lassen sich grob in zwei Gruppen einteilen: Zum einen gibt es Modelle, die auf klassischen statistischen Klassifizierungsmethoden wie der Diskriminanzanalyse oder

---

<sup>1</sup> Vgl. Statistisches Bundesamt (o.J.).

<sup>2</sup> Vgl. Achleitner/Wahl (2003), S. 7.

<sup>3</sup> Vgl. Achleitner/Wahl (2003), S. 13.

<sup>4</sup> Vgl. Charitou et al. (2004), S. 466.

<sup>5</sup> Vgl. Balcaen/Ooghe (2006), S. 72; Muller et al. (2009), S. 22.

der logistischen Regression basieren. Zum anderen wurden alternative Modelle entwickelt, die technisch ausgereifere Methoden mit größerem Berechnungsaufwand verwenden und auch als „intelligente“ Verfahren bezeichnet werden.<sup>6</sup> Abschnitt 2 gibt einen Überblick über eine Auswahl von in empirischen Studien häufig verwendeten Verfahren beider Gruppen. Danach soll jeweils eine Methode jeder Gruppe genauer vorgestellt werden. Abschnitt 3 stellt das von Altman mithilfe einer multiplen Diskriminanzanalyse entwickelte Z-Score-Modell vor. Dabei werden auch Modellüberarbeitungen und Kritik an dem Modell behandelt. Der vierte Abschnitt stellt als Vertreter der alternativen Methoden die Überlebenszeitanalyse vor, wobei als Vergleich das von Altman entwickelte Modell herangezogen wird. Abschnitt fünf gibt eine kurze Zusammenfassung.

## **2 Ein Überblick über empirisch-statistische Verfahren der Insolvenzprognose**

### **2.1 Klassische statistische Verfahren**

#### **2.1.1 Univariate Analyse**

Das von Beaver 1966 entwickelte Modell gehört zu den ersten Insolvenzprognoseverfahren. Beaver verwendete ein univariates Analyseverfahren, um Unternehmen mithilfe von Kennzahlen in die zwei Gruppen „insolvent“ oder „nicht insolvent“ aufzuteilen. Ziel seiner Untersuchung war vor allem, die Prognosefähigkeit von Kennzahlen für Insolvenzen zu bestimmen. In seiner Studie kam Beaver zu dem Ergebnis, dass Kennzahlen verwendet werden können, um Insolvenzen bis zu 5 Jahre vor Eintritt des Ereignisses zu prognostizieren.<sup>7</sup> Bei Verwendung einer univariaten, also eindimensionalen Analyseverfahren, wird jede Variable einzeln und ohne ihre Zusammenhänge zu anderen Variablen betrachtet. Die Ergebnisse, die aus univariaten Verfahren resultieren, können daher mehrdeutig sein. Die Profitabilitätskennzahl eines Unternehmens kann beispielsweise auf eine eher schlechte Leistung schließen lassen, die Unternehmenslage wird aber, zum Beispiel aufgrund einer überdurchschnittlich guten Liquiditätskennzahl, als nicht weiter besorgniserregend eingestuft. Die tatsächliche Leistung des Unternehmens bleibt daher unklar.<sup>8</sup> Dieses Beispiel macht die Schwäche univariater Analyseverfahren deutlich. Um die Prognose von Insolvenzen zu verbessern, richtete sich das Interesse daher schnell auf multivariate Methoden, die eine gleichzeitige Betrachtung aller

---

<sup>6</sup> Vgl. Balcaen/Ooghe (2004), S. 4.

<sup>7</sup> Vgl. Beaver (1966), S. 102.

<sup>8</sup> Vgl. Altman (1968), S. 591.

relevanten Variablen erlauben und Zusammenhänge zwischen Variablen aufdecken. Auf diese Weise können nicht eindeutige und falsche Zuordnungen vermieden werden.<sup>9</sup>

### 2.1.2 Multiple Diskriminanzanalyse

Mit seinem 1968 veröffentlichten Z-Score-Modell führte Altman erstmals ein multivariates Verfahren für die Insolvenzprognose von Unternehmen ein.<sup>10</sup> Altman verwendete für seine Studie die multiple lineare Diskriminanzanalyse, die bis heute eines der am meisten verwendeten Verfahren darstellt.<sup>11</sup> Mithilfe dieses Verfahrens werden verschiedene Elemente, in diesem Fall Unternehmen, einer von mehreren vordefinierten Klassen zugeteilt. Die lineare Diskriminanzanalyse wird meistens dann angewendet, wenn die abhängige Variable qualitativ ist, wie es bei Insolvenzprognosen der Fall ist („insolvent“ oder „nicht insolvent“). Als unabhängige Variablen verwendete Altman Bilanzkennzahlen. Für diese bestimmt die Diskriminanzanalyse jeweils einen Diskriminanzkoeffizienten. Die so entstandene lineare Diskriminanzfunktion mit der allgemeinen Form  $Z = a + b_1x_1 + \dots + b_nx_n$  ist die lineare Kombination der unabhängigen Variablen, die am besten zwischen den beiden Klassen unterscheidet, wobei  $a$  und  $b_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) die Parameterkoeffizienten und  $x_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) die unabhängigen Variablen darstellen.<sup>12</sup>

Obwohl die multiple Diskriminanzanalyse ein beliebtes Verfahren für Insolvenzprognosemodelle darstellt, bringt sie einige statistische und methodische Probleme mit sich, die die Schlussfolgerungen dieser Studien anzweifeln lassen.<sup>13</sup> Eines dieser Probleme betrifft die strengen Anforderungen an die Verteilung der Variablen. So müssen die unabhängigen Variablen beispielsweise eine Normalverteilung aufweisen. In der Praxis des Finanzwesens ist aber oftmals eine Abweichung von der Annahme der Normalverteilung zu beobachten. Wird die Annahme der Normalverteilung verletzt, kann dadurch der Signifikanztest verzerrt werden.<sup>14</sup> Eine weitere zu erfüllende Annahme sind identische Kovarianz-Matrizen für beide Klassen. Auch die Verletzung dieser Annahme führt zu Verzerrungen des Signifikanztests.<sup>15</sup>

---

<sup>9</sup> Vgl. Altman (1968), S. 593.

<sup>10</sup> Vgl. Balcaen/Ooghe (2006), S. 64.

<sup>11</sup> gl. Altman (1968), S. 591; Dimitras et al. (1996), S. 493.

<sup>12</sup> Vgl. Altman (1968), S. 592.

<sup>13</sup> Vgl. Ohlson (1980), S. 112.

<sup>14</sup> Vgl. Eisenbeis (1977), S. 875.

<sup>15</sup> Vgl. Eisenbeis (1977), S. 877.

### 2.1.3 Regressionsanalyse: Logit- und Probit-Modelle

Im Gegensatz zur Diskriminanzanalyse, unter deren Verwendung nur eine dichotome Zuteilung der Unternehmen erfolgen kann, können mit Regressionsmodellen wie dem Logit- und dem Probit-Modell auch Aussagen über die Wahrscheinlichkeit einer Insolvenz getroffen werden. Die Kennzahlen eines Unternehmens werden dabei nicht nur genutzt, um das Unternehmen einer bestimmten Gruppe zuzuordnen, sondern auch, um die Wahrscheinlichkeit der Zugehörigkeit zu dieser Gruppe zu bestimmen.<sup>16</sup> Bekannte Studien, in denen diese Methoden verwendet werden, sind die Modelle von Ohlson (1980) und Zmijewski (1984).

Ohlson (1980) wählte für die Entwicklung seines Insolvenzprognoseverfahrens die logistische Regression. Die logistische Regression klassifiziert die Unternehmen, basierend auf einer kumulativen Wahrscheinlichkeitsfunktion, in die Gruppe der insolventen oder der nicht insolventen Unternehmen.<sup>17</sup> Die Parameterkoeffizienten werden durch das Maximum-Likelihood-Verfahren berechnet.<sup>18</sup> Ohlson identifizierte in seiner Studie 4 Faktoren, die einen Einfluss auf die Wahrscheinlichkeit einer Unternehmensinsolvenz haben, auf Basis derer er die Kennzahlen für sein Modell wählte: die Größe des Unternehmens, die Kapitalstruktur, die kurzfristige Liquidität und die Effizienz des Unternehmens.<sup>19</sup>

Ohlson betonte außerdem die Vorteilhaftigkeit der logistischen Regression gegenüber der Diskriminanzanalyse aufgrund ihrer weniger strengen Annahmen.<sup>20</sup> Vergleichsstudien mit beiden Verfahren konnten jedoch keine Überlegenheit einer der Methoden in Bezug auf die Prognosefähigkeit feststellen. Insolvenzprognoseverfahren, die auf Logit-Modellen aufbauen, fanden verbreitet Anwendung in der Praxis.<sup>21</sup> Auch für empirische Studien wurde, aufgrund der Nachteile der MDA, ab 1981 verstärkt das Verfahren der logistischen Regression verwendet.<sup>22</sup>

Die Probit-Analyse ähnelt der logistischen Analyse, jedoch wird statt einer logistischen Verteilung der unabhängigen Variablen eine Normalverteilung unterstellt.<sup>23</sup> In der Literatur des Finanz- und Rechnungswesens sind Probit-Modelle jedoch weniger oft aufzufinden. Grund für die seltenere Anwendung könnte der größere Berechnungsaufwand im Vergleich zur lo-

---

<sup>16</sup> Vgl. Dimitras et al. (1996), S. 504.

<sup>17</sup> Vgl. Balcaen/Ooghe (2006), S. 69.

<sup>18</sup> Vgl. Dimitras et al. (1996), S. 504.

<sup>19</sup> Vgl. Ohlson (1980), S. 110.

<sup>20</sup> Vgl. Ohlson (1980), S. 112.

<sup>21</sup> Altman ist anderer Meinung. Seiner Ansicht nach fanden diese Modelle in der Praxis keine verbreitete Anwendung, Praktiker bevorzugten demnach die Diskriminanzanalyse als Insolvenzprognoseverfahren (Vgl. Altman 1993, S. 236).

<sup>22</sup> Vgl. Dimitras et al. (1996), S. 504.

<sup>23</sup> Vgl. Litz (2000), S. 167.

gistischen Regression sein.<sup>24</sup> Eine bekannte Studie, in der ein Probit-Modell entwickelt wird, ist die von Zmijewski (1984), in der er insbesondere die bei der Stichprobenauswahl und Datenerhebung auftretenden Verzerrungen untersuchte.<sup>25</sup>

## 2.2 Alternative Methoden

### 2.2.1 Überlebenszeitanalyse

Die Überlebenszeitanalyse („Survival Analysis“) verwendet die „Überlebenszeit“ eines Unternehmens als abhängige Variable.<sup>26</sup> Die Überlebenszeit ist die Zeit, die das Unternehmen in der Gruppe der nicht insolventen Unternehmen verbringt.<sup>27</sup> Für die Durchführung der Überlebenszeitanalyse wird ein Hazard-Modell verwendet. In vielen Studien basieren die entwickelten Modelle auf dem von Cox (1972) entwickelten proportionalen Hazard-Modell.<sup>28</sup> Hazard-Modelle sind im Gegensatz zu den bisher vorgestellten Modellen keine einperiodigen, statischen Modelle, sondern betrachten die gesamte Lebenszeit eines Unternehmens. Während einperiodige Modelle die Charakteristika eines Unternehmens zu einem bestimmten Zeitpunkt betrachten, ist ein Hazard-Modell in der Lage, alle Informationen zu verwenden, um Insolvenzen zu jedem Zeitpunkt zu prognostizieren. Die Wahrscheinlichkeit einer Insolvenz verändert sich in einem Hazard Modell mit der Zeit.<sup>29</sup>

Grundsätzlich beinhaltet ein Hazard-Modell eine Überlebensfunktion, die die Überlebenswahrscheinlichkeit bis zum Zeitpunkt  $t$  angibt. Diese hat die Form  $S(t, x; \theta) = 1 - \sum f(j, x; \theta)$ , wobei  $f$  die Wahrscheinlichkeitsfunktion für die Insolvenz,  $\theta$  den Vektor der Parameter von  $f$ , und  $x$  den Vektor der unabhängigen Variablen darstellt. Die Hazard-Funktion der Form  $\phi(t, x; \theta) = \frac{f(t, x; \theta)}{S(t, x; \theta)}$  gibt die Hazard-Rate des Unternehmens an, die das wichtigste Element der Survival Analysis darstellt. Die Hazard-Rate ist die bedingte Wahrscheinlichkeit einer Insolvenz zum Zeitpunkt  $t$  unter der Bedingung, dass diese zum Zeitpunkt  $t$  noch nicht eingetreten ist.<sup>30</sup> Abschnitt 4 geht genauer auf ein Hazard-Modell ein.

---

<sup>24</sup> Vgl. Dimitras et al. (1996), S. 505.

<sup>25</sup> Vgl. Zmijewski (1984), S. 77.

<sup>26</sup> Vgl. Luoma/Laitinen (1991), S. 673.

<sup>27</sup> Vgl. Balcaen/Ooghe (2004), S. 6.

<sup>28</sup> Vgl. Luoma/Laitinen (1991), S. 674.

<sup>29</sup> Vgl. Shumway (2001), S. 101f.

<sup>30</sup> Vgl. Shumway (2001), S. 102; Balcaen/Ooghe (2004), S.7.

### 2.2.2 Entscheidungsbaumverfahren

Das Entscheidungsbaumverfahren<sup>31</sup> gehört zu den nicht-parametrischen statistischen Verfahren. Es wurde erstmals von Frydman et al. (1985) für die Prognose von Insolvenzen angewendet. Mithilfe des Entscheidungsbaumverfahrens werden alle Unternehmen einer Stichprobe durch mehrere binäre Aufspaltungen in die Gruppen „insolvent“ oder „nicht insolvent“ eingeteilt. Der Entscheidungsbaum besteht aus mehreren Teilbäumen, deren Entscheidungsknoten jeweils mit einer Regel besetzt sind. Diese Regeln sind normalerweise univariat, d.h. sie bestehen aus einer bestimmten Schnittvariable (einer Kennzahl) und einem bestimmten Schwellenwert, der so gewählt ist, dass er die Fehlklassifikationskosten minimiert. Ein konkretes Beispiel für eine solche Klassifikationsregel kann so aussehen: Alle Unternehmen, deren Kennzahl Cash-Flow/Fremdkapital größer als 0,1115 ist, werden in die Gruppe der nicht insolventen Unternehmen eingestuft. Alle anderen Unternehmen werden dem nächsten Entscheidungsknoten zugeteilt.<sup>32</sup>

Damit keine Überanpassung der Klassifikationsregel an die Lernstichprobe erfolgt, sollte der Entscheidungsbaum nicht zu komplex sein, d.h. aus möglichst wenig Teilbäumen bestehen.<sup>33</sup>

In der Praxis fand das Entscheidungsbaumverfahren für die Prognose von Insolvenzen jedoch keine häufige Anwendung.<sup>34</sup>

### 2.2.3 Künstliche neuronale Netze

Seit den 1990er Jahre werden auch künstliche neuronale Netze, die zu den nicht-parametrischen statistischen Verfahren gehören, zur Erstellung von Insolvenzprognoseverfahren verwendet.<sup>35</sup> Odom und Sharda (1990) waren die ersten, die ein Insolvenzprognosemodell auf dieser Methode aufbauten.<sup>36</sup> Künstliche neuronale Netze versuchen, die Struktur des menschlichen Gehirns zu rekonstruieren und werden daher oft als Verfahren der „künstlichen Intelligenz“ bezeichnet. Die ihnen unterliegende mathematische Struktur ist äußerst komplex.<sup>37</sup>

Üblicherweise besteht die Architektur eines künstlichen neuronalen Netzes aus einer bestimmten Anzahl an Schichten, mehreren Neuronen innerhalb dieser Schichten und einer bestimmten Anzahl an Synapsen, die die Neuronen der verschiedenen Schichten verknüpfen.

---

<sup>31</sup> Auch bekannt als „decision trees“ oder „recursive partitioning algorithm“ (RPA).

<sup>32</sup> Vgl. Dimitras et al. (1996), S. 505.

<sup>33</sup> Vgl. Frydman et al. (1985), S. 274.

<sup>34</sup> Vgl. Dimitras et al. (1996), S. 506.

<sup>35</sup> Vgl. Zhang et al. (1999), S. 17.

<sup>36</sup> Vgl. Zhang et al. (1999), S. 20.

<sup>37</sup> Vgl. Wilson/Sharda (1994), S. 545f.



Für Klassifizierungsprobleme wie die Insolvenzprognose sind drei Schichten ausreichend, wobei die erste Schicht die Eingabeschicht, die dritte Schicht die Ausgabeschicht und die mittlere die verdeckte Schicht darstellt. Die Anzahl der Neuronen in der Eingabeschicht entspricht der Anzahl der Prognosevariablen. Für die Anzahl der verdeckten Neuronen existiert keine spezielle Regel, weshalb diese durch verschiedene Untersuchungen bestimmt werden muss. Generell gilt, dass komplexere Probleme mehr verdeckte Neuronen benötigen.<sup>38</sup> In den meisten Studien wird in der Ausgabeschicht nur eine Variable verwendet,<sup>39</sup> die für ein insolventes Unternehmen eine 1 und für ein nicht insolventes Unternehmen ein 0 angibt oder umgekehrt.<sup>40</sup>

Für das sogenannte „Training“ und „Testing“ werden in den meisten Studien zwei verschiedene Datensätze verwendet.<sup>41</sup> Mithilfe eines iterativen Lernverfahrens, z.B. dem „back propagation“ Algorithmus, wird mit den Trainingsdatensätze die Gewichtung der Variablen vorgenommen. Der Ausgabewert wird mit dem tatsächlichen Wert verglichen und bei Abweichung werden die Gewichte verändert. Werden alle Unternehmen der Lernstichprobe richtig klassifiziert, ist das Training beendet.<sup>42</sup> Die Prognosefähigkeit des Modells wird anschließend mit der Teststichprobe überprüft.<sup>43</sup>

Im Allgemeinen werden unter der Verwendung künstlicher neuronaler Netze gute Klassifikationsleistungen erzielt. Die Studie von Zhang et al. bspw. zeigt die Überlegenheit gegenüber der logistischen Regressionsanalyse.<sup>44</sup> Problematisch ist jedoch das sogenannte „Overfitting“, das auftritt, wenn zwar mit den Lerndatensätzen gute Ergebnisse erzielt werden, nicht jedoch mit der Teststichprobe.<sup>45</sup>

### **3 Altmans Z-Score-Modell 1968**

Im Folgenden soll das von Altman 1968 in einer empirischen Studie entwickelte Z-Score-Modell vorgestellt werden, das als erstes multivariates Insolvenzprognoseverfahren gilt. Empirische Studien zur Insolvenzprognose umfassen im Allgemeinen mehrere Teile: die Stichprobe, auf Basis derer das Modell entwickelt werden soll, muss ausgewählt und die Daten für die Unternehmen in der Stichprobe erhoben werden. Nach der Wahl einer geeigneten Methode und der zu verwendenden Variablen wird das Prognosemodell entwickelt. Wichtiger Teil

---

<sup>38</sup> Vgl. Zhang et al. (1999), S. 24.

<sup>39</sup> Eine Ausnahme bilden z.B. Wilson/Sharda (1994), die zwei Ausgabevariablen verwenden.

<sup>40</sup> Vgl. O'Leary (1998), S. 191.

<sup>41</sup> Vgl. z.B. Zhang et al. (1999), S. 25.

<sup>42</sup> Vgl. Wilson/Sharda (1994), S. 549.

<sup>43</sup> Vgl. Zhang et al. (1999), S. 25.

<sup>44</sup> Vgl. Zhang et al. (1999), S. 30.

<sup>45</sup> Vgl. Altman et al. (1994), S. 520.

einer empirischen Studie ist außerdem die Validierung des Modells.<sup>46</sup> Diese beinhaltet zum Beispiel die Messung der Signifikanz der Diskriminanzfunktion oder die Evaluierung der Schätzgüte des Modells.<sup>47</sup>

### **3.1 Entwicklung des Modells**

#### **3.1.1 Stichprobe, Datenerhebung und Variablenauswahl**

Für die Entwicklung seines Modells wählt Altman die multiple Diskriminanzanalyse, da sie einen bedeutenden Vorteil gegenüber den damals üblichen univariaten Methoden aufweist: Da es sich um ein multivariates Verfahren handelt, kann zwischen den Klassen diskriminiert werden, indem mehrere Variablen gleichzeitig untersucht werden. Ziel dieser Technik ist eine dichotome Klassifizierung der Objekte, daher besteht ein erster Schritt in der Definition der Klassen. Diese sind „insolvent“ und „nicht insolvent“.

Die Stichprobe für die Entwicklung des Modells umfasst 66 Unternehmen, mit jeweils 33 Unternehmen in jeder Gruppe. Die Gruppe „insolvent“ (Gruppe 1) enthält produzierende Unternehmen, die in dem Zeitraum von 1946-1965 insolvent wurden. Die Größe der Unternehmen bewegt sich in dem Bereich 0,7-25,9 Mio. USD. Die Unternehmen in Gruppe 2 (nicht insolvent) werden mithilfe einer geschichteten Zufallsstichprobe ausgewählt. Damit soll sichergestellt werden, dass die Unternehmen in Gruppe 2 denen in Gruppe 1 entsprechen, die hinsichtlich ihrer Größe und Branche Unterschiede aufweisen. Die Stratifikation der Grundgesamtheit erfolgt daher nach Industriezweig und Größe der Unternehmen. Im Unterschied zu den Unternehmen in Gruppe 1 existierten die Unternehmen der zweiten Gruppe mindestens bis zum Jahr 1966.<sup>48</sup>

Im nächsten Schritt müssen Daten für die Unternehmen in den jeweiligen Klassen erhoben werden, aufgrund derer unter Anwendung der multiplen Diskriminanzanalyse die lineare Kombination der Variablen abgeleitet wird, die am besten zwischen den definierten Klassen diskriminiert.<sup>49</sup> Die Daten werden aus dem Jahresabschluss und der Gewinn- und Verlustrechnung erhoben. Aus der Vielzahl an potentiell aussagekräftigen Kennzahlen müssen die für das Insolvenzprognoseverfahren am besten geeigneten Variablen gewählt werden. Für die Auswahl der fünf endgültigen Variablen werden verschiedene Tests durchgeführt, auf die im nächsten Abschnitt eingegangen wird.<sup>50</sup>

---

<sup>46</sup> Vgl. Dimitras et al. (1996), S. 490.

<sup>47</sup> Vgl. z.B. Deakin (1972), S. 174.; Ohlson (1980), S. 124.

<sup>48</sup> Vgl. Altman (1968), S. 594.

<sup>49</sup> Vgl. Altman (1968), S. 592.

<sup>50</sup> Vgl. Altman (1968), S. 594.

Altman's endgültige Diskriminanzfunktion, bestehend aus fünf Kennzahlen, ergibt sich folgendermaßen:

$$Z = 0,12x_1 + 0,14x_2 + 0,33x_3 + 0,06x_4 + 0,999x_5$$

wobei  $x_1$  bis  $x_5$  die mit den Diskriminanzkoeffizienten  $b_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) gewichteten unabhängigen Variablen darstellen. Die als Variablen verwendeten finanzwirtschaftlichen Kennzahlen werden im Folgenden erläutert:

$x_1$  - Working Capital/ Bilanzsumme: Diese Liquiditätskennzahl setzt das Nettoumlaufvermögen ins Verhältnis zur Kapitalausstattung des Unternehmens. Working Capital ist definiert als die Differenz von Umlaufvermögen und kurzfristigen Verbindlichkeiten. Ein sinkender Wert dieser Kennzahl deutet auf ein Unternehmen mit Betriebsverlusten hin, da in einem solchen für gewöhnlich das Umlaufvermögen im Verhältnis zu dem Gesamtwert der Aktiva abnimmt.<sup>51</sup>

$x_2$  – einbehaltene Gewinne/ Bilanzsumme: Diese Variable stellt eine Profitabilitätskennzahl dar. Sie berücksichtigt implizit das Alter des Unternehmens: Es kann angenommen werden, dass diese Kennzahl für ein junges Unternehmen einen geringeren Wert annehmen wird als für ein Unternehmen, das schon länger existiert und Gewinne erwirtschaften kann. Ein jüngeres Unternehmen wird daher mit höherer Wahrscheinlichkeit der Gruppe „insolvent“ zugeordnet. Dies spiegelt auch die tatsächliche Situation für junge Unternehmen wider, da die Wahrscheinlichkeit einer Unternehmensinsolvenz in den ersten Jahren des Bestehens eines Unternehmens am größten ist.

$x_3$  - Ergebnis vor Zinsen und Steuern (EBIT)/ Bilanzsumme: Diese Kennzahl ist ein Maß für die tatsächliche Produktivität eines Unternehmens, da Steuern und der Grad der Fremdfinanzierung nicht einfließen. Sie scheint besonders geeignet für die Aufstellung eines Insolvenzprognoseverfahrens, da die Rentabilität eines Unternehmens letztlich über sein Bestehen bestimmt. Des Weiteren meldet ein Unternehmen dann Insolvenz an, wenn seine Verbindlichkeiten den Wert der Aktiva, der wiederum durch die Rentabilität der Aktiva bestimmt wird, übersteigen.

$x_4$  – Marktwert des Eigenkapitals/ Summe der Verbindlichkeiten: Diese Kennzahl gibt an, um wie viel der Wert der Unternehmensaktiva sinken kann, bevor das Unternehmen insolvent

---

<sup>51</sup> Vgl. Altman (1968), S. 594.

wird, weil seine Verbindlichkeiten die Aktiva übersteigen. Mit dieser Kennzahl beinhaltet das Modell somit ein Maß für den Marktwert des Unternehmens.<sup>52</sup>

$x_5$  - Umsatz/ Bilanzsumme: Diese Kapitalumschlagskennzahl wird häufig verwendet, ist einzeln betrachtet jedoch wenig signifikant. Ihre Bedeutung liegt in ihrer Beziehung zu den anderen Variablen. Nach der Variable  $x_3$  trägt diese Kennzahl am meisten zur Trennschärfe der Diskriminanzfunktion bei.<sup>53</sup>

### 3.1.2 Validierung des Modells

Zur Identifizierung der fünf geeignetsten Kennzahlen und zur Ermittlung des aussagekräftigsten Modells werden von Altman verschiedene Tests durchgeführt.

Eine Überprüfung der Variablen auf rein univariater Ebene soll die Trennfähigkeit der einzelnen Kennzahlen zeigen. Dafür werden die Differenzen der Durchschnittswerte der Kennzahlen zwischen beiden Klassen mit der Streuung der Kennzahlenwerte innerhalb einer Klasse in Beziehung gesetzt. Das Ergebnis dieses „F“-Tests zeigt für alle Variablen von  $x_1$  bis  $x_4$  eine Signifikanz auf dem 0,001 Level. Das bedeutet, dass die Variablen für die einzelnen Klassen sehr unterschiedliche Werte annehmen und daher gut zwischen den Klassen unterscheiden. Nur für Variable  $x_5$  lässt sich, wie oben erwähnt, auf univariater Ebene keine Signifikanz feststellen.<sup>54</sup>

Die Bedeutung der Variable  $x_5$  wird durch einen Test auf multivariater Ebene deutlich. Dieser soll den Beitrag jeder einzelnen Variable zur Trennfähigkeit der Diskriminanzfunktion sowie die Wechselwirkungen zwischen den Variablen, bestimmen. Dafür wird ein skaliertes Vektor benötigt, der durch die Angleichung der Diskriminanzkoeffizienten die Vergleichbarkeit der Variablen sicherstellt. Aufgrund der unterschiedlichen und nicht vergleichbaren Maßeinheiten der Variablen würde eine einfache Betrachtung der einzelnen Koeffizienten ein irreführendes Ergebnis erzeugen. Die skalierten Vektoren der einzelnen Variablen zeigen, dass die Variablen  $x_3$  bis  $x_5$  am meisten zur Trennschärfe der Funktion beitragen. An erster Stelle steht die Profitabilitätskennzahl  $x_3$ . Wenn man berücksichtigt, dass die Wahrscheinlichkeit einer Insolvenz für ein Unternehmen, das Gewinne erwirtschaftet, gegen Null geht, ist dieses Resultat wenig überraschend. Überraschender ist, dass Variable  $x_5$  den zweiten Platz einnimmt, obwohl diese beim „F“-Test auf univariater Ebene überhaupt keine Signifikanz aufwies. Die hohe negative Korrelation zwischen den Variablen  $x_3$  und  $x_5$  (-0,78) in der Klasse „insol-

---

<sup>52</sup> Vgl. Altman (1968), S. 595.

<sup>53</sup> Vgl. Altman (1968), S. 596.

<sup>54</sup> Vgl. Altman (1968), S. 596.

vent“ liefert eine mögliche Erklärung für dieses Ergebnis:<sup>55</sup> Nach der Schlussfolgerung Cochrans sind negative Korrelationen zwischen Variablen nützlicher als positive Korrelationen, da diese der Funktion mehr neue Informationen liefern können.<sup>56</sup>

Ein F-Test auf multivariater Ebene bestimmt die gesamte Trennfähigkeit des Modells, nicht nur die der einzelnen Variablen. Dafür wird der F-Wert verwendet, der den Quotienten aus den Varianzen zwischen den beiden Klassen und den Varianzen innerhalb einer Klasse darstellt:

$$\lambda = \frac{\sum_{g=1}^G N_g [\bar{Y}_g - \bar{Y}]^2}{\sum_{g=1}^G \sum_{p=1}^{N_g} [Y_{pg} - \bar{Y}_g]^2}$$

Dabei ist  $G$  die Anzahl der Gruppen;  $g$  eine dieser Gruppen;  $N_g$  die Anzahl der Unternehmen in der Gruppe  $g$ ;  $Y_{pg}$  ein Unternehmen  $p$  der Gruppe  $g$  mit  $p = 1, \dots, N_g$ ;  $\bar{Y}_g$  der Klassenmittelwert und  $\bar{Y}$  der Gesamtmittelwert. Durch Maximierung des F-Wertes werden die Mittelwerte der beiden Gruppen gespreizt und gleichzeitig die Streuung der Z-Werte um die jeweiligen Klassenmittelwerte reduziert. Da die multiple Diskriminanzanalyse zum Ziel hat, die Variablen zu bestimmen und zu verwenden, die am besten zwischen beiden Klassen unterscheiden können und gleichzeitig innerhalb einer Gruppe am ähnlichsten sind, ist der F-Wert eine geeignete Prüfgröße. Als Klassenmittelwerte, die als  $\bar{Y}_g = \frac{1}{N_g} \sum_{p=1}^{N_g} Y_{pg}$  definiert sind, ergeben sich die Werte -0,29 für Gruppe 1 und 5,02 für Gruppe 2 und damit jeweils F-Werte von 20,7 und 3,34. Die Null-Hypothese, dass die Beobachtungen, d.h. die Unternehmen, aus derselben Population stammen, wird somit durch den Signifikanztest verworfen. Die vorbestimmten Klassen unterscheiden sich damit signifikant.<sup>57</sup>

Mithilfe der Diskriminanzfunktion kann nun für die Unternehmen ein Wert berechnet werden, der die Zuteilung der Unternehmen zu einer der beiden Klassen ermöglicht. Für die Zuordnung der Unternehmen wird der jeweilige Wert des Unternehmens mit dem Klassenmittelwert in Relation gesetzt. Diejenigen Unternehmen, für die sich ein Z-Score über 2,99 ergibt, können eindeutig der Klasse der nicht insolventen Unternehmen zugeordnet werden. Alle Unternehmen mit einem Z-Score von unter 1,81 gehören mit Sicherheit zu den insolventen Unternehmen. Zuordnungsfehler treten nur innerhalb der sogenannten „Zone of ignorance“ oder „Grauzone“ auf, die zwischen den Werten 1,81 und 2,99 liegt.<sup>58</sup> In dieser Grauzone fallen die wenigsten falschen Zuordnungen in das Intervall von 2,67-2,68. Daher wird der Mittelwert

<sup>55</sup> Vgl. Altman (1968), S. 596f.

<sup>56</sup> Vgl. Cochran (1964), S. 182.

<sup>57</sup> Vgl. Altman (1968), S. 598.

<sup>58</sup> Vgl. Altman (1968), S. 606.

dieses Intervalls, nämlich der Wert 2,675, als der „optimale Z-Score“ oder „Cut-off point“ identifiziert, der am besten zwischen insolventen und nicht insolventen Unternehmen unterscheidet. Mit Hilfe dieses Wertes ist die generelle Anwendung des Prognosemodells ohne Computerunterstützung möglich.

### 3.1.3 Empirische Ergebnisse

Die Treffsicherheit bei der Prognose von Insolvenzen wird von Altman als letzter Beurteilungsmaßstab herangezogen, um das beste Diskriminanzmodell zu bestimmen. Die Prognosegenauigkeit des Modells wird daher mit einer Reihe empirischer Tests überprüft, wobei die Unternehmen einer der beiden Gruppen korrekt zugeordnet werden sollen. Dabei können zwei Fehlertypen auftreten: Der sogenannte Fehler I. Art tritt ein, wenn ein insolventes Unternehmen in die Klasse „nicht insolvent“ eingeordnet wird. Dabei wird fälschlicherweise die Null-Hypothese, nämlich dass das Unternehmen insolvent ist, verworfen. Wird das Unternehmen hingegen als insolvent eingestuft, obwohl es in Wirklichkeit zu der Gruppe der nicht insolventen Unternehmen gehört, so handelt es sich um einen Fehler II. Art. Durch Division der Summe der korrekten Zuordnungen durch die Gesamtanzahl der zugeordneten Unternehmen erhält man den prozentualen Anteil der fehlerfrei zugeordneten Unternehmen.<sup>59</sup> Dieser Prozentsatz stellt ein Maß für die Schätzgenauigkeit der Diskriminanzfunktion dar.<sup>60</sup> Zunächst wird die Treffsicherheit des Modells für Prognosen ein Jahr vor Eintritt der Insolvenz überprüft. Dafür sollen die Unternehmen der Ausgangsstichprobe, mit den Daten aus dem Jahr vor Insolvenz, korrekt klassifiziert werden. Eine hohe Trefferquote kann erwartet werden, da die Diskriminanzfunktion mit Hilfe der Daten dieser Stichprobe abgeleitet wurde. Der Test zeigt tatsächlich eine hohe Schätzgenauigkeit mit einem Fehleranteil I. Art von nur 6% und einem Fehleranteil II. Art von sogar nur 3%.<sup>61</sup> Anschließend wird die Prognoseleistung zwei Jahre vor Insolvenz getestet. Die Ergebnisse zeigen, dass der Fehleranteil I. Art auf 28% und der Fehleranteil II. Art auf 6% ansteigt. Da der Eintritt der Insolvenz nun zeitlich entfernter ist, ist der Rückgang der Treffsicherheit des Modells verständlich. Ein Anteil an korrekt klassifizierten Unternehmen von immer noch 72% zeigt jedoch, dass Insolvenzen auch zwei Jahre vor Eintritt noch prognostiziert werden können.<sup>62</sup>

---

<sup>59</sup> Vgl. Altman (1968), S. 599.

<sup>60</sup> Dieses Maß entspricht dem sogenannten Bestimmtheitsmaß oder Determinationskoeffizienten  $R^2$  der Regressionsanalyse, der angibt, welcher Anteil der Varianz der abhängigen Variable durch die unabhängigen Variablen erklärt wird.

<sup>61</sup> Vgl. Altman (1968), S. 599.

<sup>62</sup> Vgl. Altman (1968), S. 600.

Um die Genauigkeit der Diskriminanzfunktion strenger zu überprüfen, sollen außerdem Unternehmen neuer Stichproben unter Anwendung des Modells klassifiziert werden. Die Ergebnisse bestätigen wiederum die Prognosefähigkeit des Modells.<sup>63</sup>

Ein letzter Test soll die Genauigkeit des Modells bezogen auf einen größeren Zeitraum untersuchen. Dafür werden Unternehmensdaten für jeweils das dritte, vierte und fünfte Jahr vor Eintreten der Insolvenz erhoben. Wie erwartet sinkt der Anteil der korrekt klassifizierten Unternehmen mit jedem Jahr. Es zeigt sich, dass das Modell nach dem zweiten Jahr nicht mehr reliabel ist und die Ergebnisse ab dem dritten Jahr daher nicht signifikant sind.<sup>64</sup>

Die empirischen Untersuchungen zeigen, dass das von Altman entwickelte Modell geeignet ist, um Insolvenzen zwei Jahre im Voraus zu prognostizieren. Die Genauigkeit der Diskriminanzanalyse verringert sich bedeutend, wenn die Insolvenz mehr als zwei Jahre im Voraus erkannt werden soll.<sup>65</sup>

### 3.2 Weiterentwicklungen und Kritik

Altman nahm an seinem ursprünglichen Z-Score-Modell einige Überarbeitungen vor. In einer ersten Überarbeitung wurde Variable  $x_4$  (Marktwert des Eigenkapitals/Summe der Verbindlichkeiten) durch die Kennzahl „Buchwert des Eigenkapitals/Summe der Verbindlichkeiten“ ersetzt, um eine Anwendung des Modells auf nicht-börsennotierte Unternehmen zu ermöglichen. Außerdem wurden die Parameterkoeffizienten neu geschätzt, womit sich folgende Diskriminanzfunktion ergab:<sup>66</sup>

$$Z' = 0,717x_1 + 0,847x_2 + 3,107x_3 + 0,420x_4 + 0,998x_5$$

Eine dritte Überarbeitung führte zu dem sogenannten Z''-Score-Modell. In dieser Version wurde die Variable  $x_5$ , die eine Kapitalumschlagskennzahl darstellt, entfernt. Da der Kapitalumschlag große Abweichungen zwischen verschiedenen Branchen aufweist, sollte das Modell mit der Elimination dieser Kennzahl für Unternehmen verschiedener Branchen anwendbar gemacht werden. Die Koeffizienten wurden wiederum neu geschätzt:<sup>67</sup>

$$Z'' = 6,56x_1 + 3,26x_2 + 6,72x_3 + 1,05x_4 + 3,25$$

Eine Weiterentwicklung und Verbesserung des 1968 entwickelten Modells soll außerdem das von Altman 1977 entwickelte “Zeta-Modell” darstellen, das auf einer quadratischen Diskriminanzanalyse basiert. Die Stichprobe umfasst daher nur Unternehmen, die innerhalb

---

<sup>63</sup> Vgl. Altman (1986), S. 601f.

<sup>64</sup> Vgl. Altman (1986), S. 604.

<sup>65</sup> Vgl. Altman (1968), S. 606.

<sup>66</sup> Vgl. Altman (2000), S. 25.

<sup>67</sup> Vgl. Altman (1998), S. 1737.

der letzten 7 Jahre insolvent wurden, außerdem werden zusätzlich zu produzierenden auch Unternehmen aus dem Einzelhandel aufgenommen.<sup>68</sup> Zudem sind die Unternehmen bedeutend größer als im Z-Score-Modell.<sup>69</sup> Auch Veränderungen der Rechnungslegungsvorschriften werden beachtet.<sup>70</sup> Die Ergebnisse der Studien deuten darauf hin, dass das Zeta-Modell Insolvenzen bis zu fünf Jahren im Voraus prognostizieren kann. Die Prognoseleistung liegt dabei ein Jahr vor Eintritt der Insolvenz bei 90% korrekten Zuordnungen und einer Genauigkeit von 70% fünf Jahre im Voraus.<sup>71</sup>

Eine Vielzahl empirischer Studien baut auf Altmans Z-Score-Modell oder einer seiner Versionen auf. Beliebte ist auch die Verwendung des Z-Score-Modells als Benchmark zu einem neu entwickelten Modell.<sup>72</sup> Die Ergebnisse dieser empirischen Studien zeigen jedoch, dass die Prognosefähigkeit der verschiedenen Z-Score-Modelle eher schlecht einzustufen ist. Dabei zeigt die univariate Prognosefähigkeit der Kennzahlen keine schlechten Ergebnisse, problematisch ist jedoch die Leistung des Modells auf multivariater Ebene. Grund dafür sind die offenbar sehr schlechten Werte der Diskriminanzkoeffizienten.<sup>73</sup> Aufgrund seiner schlechten Leistung ist das Z-Score-Modell daher eher nicht als Vergleichsmodell geeignet. Eine mögliche Erklärung für die Tatsache, dass Altmans Modell dennoch häufig als Benchmark verwendet wird, liegt für Bemann (2005) gerade in der Unterlegenheit des Modells. Dadurch ist es einfach, mit einem anderen Modell bessere Ergebnisse als die des Z-Score-Modells zu erzielen.<sup>74</sup>

In Unternehmen und Banken findet das Z-Score-Modell auch heute noch Anwendung.<sup>75</sup> Grice und Ingram (2001) untersuchen daher die Anwendbarkeit des Z-Score-Modells in der heutigen Zeit. Sie kommen zu dem Ergebnis, dass das Modell von 1968 für heutige Unternehmen schlecht geeignet ist und empfehlen, die in dem Modell verwendeten Koeffizienten für eine bessere Prognoseleistung mit jüngeren Daten neu zu berechnen.<sup>76</sup>

## 4 Das Z-Score-Modell im Vergleich mit Survival Analysis

Abschnitt 2.2.1 stellte das Konzept der Survival Analysis oder Überlebenszeitanalyse bereits kurz vor. Shumway (2001) entwickelte ein zur Durchführung der Überlebenszeitanalyse be-

---

<sup>68</sup> Vgl. Altman et al. (1977), S. 30.

<sup>69</sup> Die durchschnittliche Größe der Unternehmen im Zeta-Modell beträgt 100 Mio USD. Im Z-Score-Modell beträgt die des größten Unternehmens nicht einmal 25 Millionen USD (Vgl. Altman 1993, S. 208).

<sup>70</sup> Vgl. Altman et al. (1977), S. 30.

<sup>71</sup> Vgl. Altman (1993), S. 208.

<sup>72</sup> Für einen Überblick vgl. Bemann (2005), S. 71-73.

<sup>73</sup> Vgl. Bemann (2005), S. 74; Joy/Tollefson (1975) kritisieren das Modell aufgrund der Schwächen der Diskriminanzanalyse.

<sup>74</sup> Vgl. Bemann (2005), S. 74.

<sup>75</sup> Vgl. Grice/Ingram (2001), S. 53.

<sup>76</sup> Vgl. Grice/Ingram (2001), S. 60.



nötigtes Hazard-Modell und verwendete das von Altman (1968) eingeführte Verfahren als Vergleichsmodell.

#### 4.1 Hazard-Modelle versus statische Modelle

Zunächst soll kurz auf die Vorteile von Hazard-Modellen eingegangen werden. Hazard-Modelle lösen die Probleme statischer Modelle<sup>77</sup>, indem die Zeit explizit als Variable in das Modell eingebunden wird. Einperiodige Modelle betrachten die Charakteristika eines Unternehmens zu einem bestimmten Zeitpunkt, der explizit ausgewählt werden muss. Meistens wird dafür der Zeitpunkt ein Jahr vor Insolvenz gewählt. Es kann somit nicht jede Periode, in der das Unternehmen gefährdet ist, untersucht werden. Für die Schätzung statischer Modelle wird also jeweils nur die letzte Beobachtung vor der Insolvenz des Unternehmens berücksichtigt. Die explizite Auswahl des Beobachtungszeitpunktes führt zu einem „selection bias“, also einer Verzerrung, die durch die Methode der Stichprobenauswahl auftritt. Folglich weisen die Schätzungen der Parameter Verzerrungen und Inkonsistenzen auf, die dazu führen, dass die Signifikanztests der statischen Modelle nicht valide sind. Es ist daher unklar, ob die für die statischen Insolvenzprognosemodelle verwendeten Variablen signifikante Prädiktoren darstellen.<sup>78</sup>

Hazard-Modelle hingegen verwenden alle verfügbaren Informationen, um jede Periode zu kontrollieren, in der ein Unternehmen gefährdet ist. Die geschätzte Wahrscheinlichkeit einer Insolvenz kann sich dabei mit der Zeit verändern. Ein weiterer Vorteil von Hazard-Modellen stellt die Verwendung von in der Zeit veränderlichen unabhängigen Variablen dar.<sup>79</sup>

Außerdem verwenden Hazard-Modelle eine viel größere Datenmenge, die zu genaueren Prognoseergebnissen führt. Stellt man sich das Hazard-Modell als ein binäres Logit-Modell vor, das jedes Unternehmensjahr als eine einzelne Beobachtung enthält, und nimmt an, dass durchschnittlich für jedes Unternehmen in der Stichprobe Daten über einen Zeitraum von 10 Jahre verfügbar sind, so steht für die Berechnung des Hazard-Modelles eine etwa zehnfache Datenmenge im Vergleich zu einem statischen Modell zur Verfügung.<sup>80</sup>

Ein zeitdiskretes<sup>81</sup> Hazard-Modell mit der Hazard-Funktion  $F(t,x;\theta)$  entspricht einem über mehrere Perioden modellierten Logit-Modell. Hazard-Modelle entsprechen somit logistischen

---

<sup>77</sup> Der Begriff „statisches Modell“ bezieht sich hier auf ein einperiodiges Modell (Vgl. Shumway 2001, S. 101).

<sup>78</sup> Vgl. Shumway (2001), S. 111.

<sup>79</sup> Vgl. Shumway (2001), S. 102.

<sup>80</sup> Vgl. Shumway (2001), S. 103.

<sup>81</sup> Eine Insolvenz kann immer nur zu diskreten Zeitpunkten, also in  $t = 1,2,3,\dots$ , auftreten (Vgl. Shumway 2001, S. 104).

Modellen, bei denen keine Beobachtungen ausgelassen und alle verfügbaren Informationen verwendet werden.<sup>82</sup>

## 4.2 Schätzung der Hazard-Funktion

Aufgrund der genannten Vorteile sind Hazard-Modelle für Insolvenzprognoseverfahren besser geeignet als statische Modelle. Die Schätzung der Hazard-Funktion gestaltet sich jedoch schwierig, da diese z.B. nichtlineare Likelihood-Funktionen aufweisen. Da Hazard-Modelle mehrperiodigen Logit-Modellen entsprechen, kann jedoch für die Schätzung zeitdiskreter Hazard-Modelle ein Computerprogramm für Logit-Modelle verwendet werden. Dafür gilt jedes Jahr, in dem ein Unternehmen nicht insolvent wurde, als ein nicht insolventes Unternehmen in der Stichprobe des Logit-Programms. Ein insolventes Unternehmen fügt dem Logit-Modell jeweils einmal die Beobachtung „insolvent“ zu. Die Verwendung jährlicher Unternehmensdaten für die Beobachtungen der einzelnen Unternehmensjahre fügt dem Modell außerdem zeitveränderliche Variablen zu. Mithilfe des Logit-Programms kann das Hazard-Modell auf diese Weise einfach berechnet werden.<sup>83</sup> Da das Logit-Programm jedoch annimmt, dass die Anzahl der unabhängigen Beobachtungen, die für die Berechnung des Modells verwendet werden, der Anzahl der Unternehmensjahre in den Daten entspricht, ergeben sich falsche Prüfgrößen. Die von dem Logit-Programm angenommene Stichprobengröße muss daher korrigiert werden, um die Abhängigkeit der Beobachtungen im Hazard-Modell zu berücksichtigen. Die Unternehmensjahre, die einem einzelnen Unternehmen zugehörige Beobachtungen darstellen, können nicht unabhängig voneinander sein, da ein Unternehmen nicht in der Periode  $t$  insolvent werden kann, wenn es schon in der Periode  $t-1$  insolvent wurde. Genauso wenig kann ein in Periode  $t$  noch existentes Unternehmen in der Periode  $t-1$  Insolvenz angemeldet haben. In einem Hazard-Modell entspricht die gesamte Lebensdauer eines Unternehmens einer Beobachtung. Die korrekte Anzahl unabhängiger Beobachtungen für die Prüfgröße entspricht daher der Anzahl der Unternehmen und nicht der Anzahl der Unternehmensjahre. Die mithilfe des Logit-Programms erstellte Prüfgröße für das Hazard-Modell muss daher durch die durchschnittliche Anzahl an Unternehmensjahren pro Unternehmen dividiert werden.

Die Hazard-Funktion des zeitdiskreten Hazard-Modells kann beschrieben werden als

$$\phi(t, x; \theta_1, \theta_2) = \frac{1}{1 + \exp(g(t)\theta_1 + x\theta_2)}$$

---

<sup>82</sup> Vgl. Shumway (2001), S. 105.

<sup>83</sup> Vgl. Shumway (2001), S. 111.

Der Parametervektor der Wahrscheinlichkeitsfunktion wurden dabei in  $\theta_1$  und  $\theta_2$  aufgeteilt,  $x$  stellt den Vektor der unabhängigen Variablen dar. Die Funktion  $g(t)$  des Alters des Unternehmens wird als natürlicher Logarithmus beschrieben.<sup>84</sup>

### 4.3 Empirische Ergebnisse

Um die Prognosefähigkeit von Hazard- und statischen Modellen vergleichen zu können, schätzt Shumway mehrere Modelle beider Gruppen. Die für die Modellentwicklung verwendeten Unternehmensdaten stammen aus der Datenbank Compustat, wobei nur Unternehmen ausgewählt werden, die an der NYSE oder der AMEX gehandelt werden. Die Stichprobe umfasst 300 Unternehmen, die zwischen 1962 und 1992 insolvent wurden. Die zu untersuchende Variable ist das Alter des Unternehmens. Shumway definiert das Alter des Unternehmens als die Anzahl der Kalenderjahre, die es an der NYSE oder an der AMEX gehandelt wurde. Diese Definition gewährleistet die Einheitlichkeit der Unternehmen. Wurde ein Unternehmen beispielsweise ab 1964 an der NYSE gehandelt und fusionierte im Jahr 1965, bedeutet das für das Logit-Modell zwei Beobachtungen. Dabei würde die erste Beobachtung das Unternehmensalter mit einem Jahr und die zweite Beobachtung mit zwei Jahren angeben. Für beide Beobachtungen würde die abhängige Variable jeweils den Wert 0 für ein nicht insolventes Unternehmen annehmen. Würde dieses Unternehmen im zweiten Jahr jedoch insolvent werden, würde die abhängige Variable für die Beobachtung des zweiten Unternehmensjahres einen Wert von 1 annehmen, während der Wert der ersten Beobachtung immer noch 0 wäre.<sup>85</sup>

Um zu untersuchen, welche Zusammenstellung unabhängiger Variablen das beste Prognoseverfahren ergibt, berechnet Shumway mehrere Modelle mit jeweils anderen Variablen. Zunächst vergleicht Shumway das von Altman entwickelte Modell mit einem Hazard-Modell, das Altmans ursprüngliche Kennzahlen als Variablen verwendet. Die Ergebnisse der t-Tests für die Diskriminanzfunktion zeigen zwar, dass die von Altman verwendeten Variablen geeignet sind, um Insolvenzen zu prognostizieren. Das Hazard-Modell jedoch zeigt nur für die Kennzahlen „EBIT/Bilanzsumme“ und „Marktwert des Eigenkapitals/Summe der Verbindlichkeiten“ eine statistische Signifikanz. Diese unterschiedlichen Ergebnisse lassen sich auf den erwähnten Selection Bias zurückführen. Unternehmen, die in einem bestimmten Jahr schlechte Zahlen aufweisen und in einem der folgenden Jahre insolvent werden, werden von Altmans Verfahren nicht beachtet. Das Auslassen dieser Beobachtungen führt zu einer

---

<sup>84</sup> Vgl. Shumway (2001), S. 112.

<sup>85</sup> Vgl. Shumway (2001), S. 113.

Verzerrung der Signifikanztests. Die Ergebnisse Shumways zeigen deutlich die Überlegenheit des Hazard-Modells gegenüber der Diskriminanzfunktion.<sup>86</sup>

Das Hazard-Modell, das unter der Verwendung der von Altman identifizierten Kennzahlen erstellt wird, kann außerdem bedeutend bessere Ergebnisse erzielen als ein weiteres, mit den von Zmijewski (1984) verwendeten Variablen erstelltes Hazard-Modell.<sup>87</sup> Den Grund hierfür sieht Shumway in der von Altman verwendeten Kennzahl „Marktwert des Eigenkapitals/Summe der Verbindlichkeiten“, deren Wert nicht durch Bilanzierungsvorschriften sondern durch den Markt bestimmt wird.<sup>88</sup>

Daher integriert Shumway drei neue, marktbezogene Kenngrößen. Dazu gehört die Börsenbewertung des Unternehmens, die für ein Unternehmen, das kurz vor der Insolvenz steht, normalerweise abnimmt und daher gut als Insolvenzprognosevariable geeignet ist. Als weitere finanzmarktbezogene Kennzahl verwendet Shumway die Überschussrendite der Unternehmen. Wenn der Börsenwert eines vor der Insolvenz stehenden Unternehmens sinkt, so sinkt in gleicher Weise auch die Überschussrendite. Die letzte marktbezogene Variable ist die spezifische Standardabweichung der Erträge aus Aktien jedes Unternehmens, die als Sigma bezeichnet ist. Die Insolvenzwahrscheinlichkeit ist für ein Unternehmen dann größer, wenn Sigma größer ist, wenn also die Cash Flows des Unternehmens schwankender sind.<sup>89</sup>

Ein Modell wird ausschließlich unter Verwendung der marktbezogenen Variablen erstellt, während das andere zusätzlich zwei von Zmijewski (1984) verwendete Variablen umfasst. Es zeigt sich, dass sich das Modell mit der besten Prognosefähigkeit durch die Kombination marktbezogener Variablen mit Bilanzkennzahlen ergibt.<sup>90</sup>

Shumways Untersuchungen zeigen somit, dass Hazard-Modelle statischen Modellen vorzuziehen sind. Ein besseres Prognoseergebnis kann zudem durch die Integration von marktbezogenen Kennzahlen erreicht werden.

Auch andere Studien bestätigen die Überlegenheit von Hazard-Modellen gegenüber statischen Modellen und die Vorteile der Verwendung marktorientierter Variablen. Chava und Jarrow (2004) vergleichen das von Shumway entwickelte Hazard-Modell mit den Modellen von Altman und Zmijewski. Dabei kommen sie ebenfalls zu dem Schluss, dass Hazard-Modelle bessere Ergebnisse als statische Modelle erzielen. Chava und Jarrow zeigen außerdem, dass auch der Industriezweig eines Unternehmens einen Einfluss auf seine Insolvenzwahrscheinlichkeit

---

<sup>86</sup> Vgl. Shumway (2001), S. 118.

<sup>87</sup> Zmijewski Kennzahlen: Nettoeinkommen/Bilanzsumme; Summe der Verbindlichkeiten/Bilanzsumme; kurzfristiges Umlaufvermögen/kurzfristiges Fremdkapital (Vgl. Zmijewski 1984, S. 66.).

<sup>88</sup> Vgl. Shumway (2001), S. 121.

<sup>89</sup> Vgl. Shumway (2001), S. 115f.

<sup>90</sup> Vgl. Shumway (2001), S. 121.

hat und betonen daher die Wichtigkeit der Integration von „industry effects“ in Hazard-Modellen.<sup>91</sup> Außerdem kann die Prognosefähigkeit des Hazard-Modells durch die Verwendung monatlicher Daten verbessert werden. Des Weiteren zeigen die Ergebnisse ihrer Studie, dass ein Hazard-Modell, das marktorientierte Variablen enthält, durch die zusätzliche Integration von Bilanzkennzahlen kaum verbessert werden kann.<sup>92</sup>

Wu (2010) vergleicht die Prognosemodelle von Altman (1968), Ohlson (1980), Zmijewski (1984), Shumway (2001) und Hillegeist et al. (2004), die alle sowohl unterschiedliche unabhängige Variablen als auch unterschiedliche Methoden verwenden. Auch seine Ergebnisse zeigen, dass das von Shumway entwickelte Hazard-Modell, das sowohl Bilanzkennzahlen als auch marktorientierte Kennzahlen orientiert, die Leistung der anderen Modelle übertrifft.<sup>93</sup>

## 5 Zusammenfassung und Schlussbemerkungen

Diese Arbeit beschäftigte sich mit den in der Literatur am häufigsten aufzufindenden Methoden für Insolvenzprognoseverfahren. Die Diskriminanzanalyse gehört zu den am meisten verwendeten Klassifizierungsmethoden für Insolvenzprognoseverfahren, sie wurde aber aufgrund einiger Nachteile in den achtziger Jahren durch Verfahren der Regressionsanalyse, insbesondere Logit-Modellen, ersetzt.<sup>94</sup> Seit Beginn der neunziger Jahre sind in der Literatur außerdem vermehrt Alternativen zu den klassischen statistischen Modellen aufzufinden, die komplexe computergestützte Verfahren mit größerem Berechnungsaufwand verwenden. Diese Arbeit gab einen Überblick über die Überlebenszeitanalyse, das Entscheidungsbaumverfahren und künstliche neuronale Netze. Anschließend wurden mit dem von Altman entwickelten Z-Score-Modell und dem Hazard-Modell von Shumway sowohl ein klassisches als auch ein alternatives statistisches Verfahren genauer vorgestellt.

Altman's Z-Score-Modell ist nach wie vor ein beliebtes Vergleichsmodell zu anderen Verfahren. Die Prognosefähigkeit dieses Modells ist aber, unter Verwendung der originalen Parameterkoeffizienten, eher als schlecht einzuschätzen.

Die Ergebnisse mehrerer Studien weisen darauf hin, dass sich die Anwendbarkeit und die Prognosefähigkeit der Modelle mit der Zeit verändern. So erzielten z.B. die von Ohlson (1980) und Zmijewski (1984) entwickelten Modelle angemessene Ergebnisse für Daten aus den siebziger Jahren, während das Modell von Shumway (2001) besonders für die neunziger Jahre

---

<sup>91</sup> Vgl. Chava/Jarrow (2004), S. 538.

<sup>92</sup> Vgl. Chava/Jarrow (2004), S. 567.

<sup>93</sup> Vgl. Wu (2010), S. 12.

<sup>94</sup> Vgl. Dimitras (1996), S. 493.

gute Prognosefähigkeiten aufweist.<sup>95</sup> Die Verwendung der Modelle von Ohlson und Zmijewski mit jüngeren Daten stellt nach Grice (2003) ein Problem bezüglich der Konstruktvalidität dar. Um eine angemessene Prognosefähigkeit zu gewährleisten, sollten die in den Modellen verwendeten Koeffizienten mit aktuellen Daten neu geschätzt werden.<sup>96</sup>

Während die ersten Verfahren zur Insolvenzprognose als unabhängige Variablen nur Bilanzkennzahlen verwendeten, werden in neueren Studien zudem vermehrt zusätzliche Daten wie marktorientierte Variablen implementiert.<sup>97</sup> Auch das hier kurz vorgestellte Hazard-Modell zeigt unter Verwendung marktorientierter Variablen die beste Prognosefähigkeit.

Die Frage, welches Verfahren zur Insolvenzprognose am besten geeignet ist, kann zum heutigen Forschungsstand nicht beantwortet werden. Unbeantwortet bleibt auch, ob mit den neuen, komplexeren Verfahren bessere Ergebnisse als mit klassischen Methoden erzielt werden können.<sup>98</sup>

---

<sup>95</sup> Vgl. Wu (2010), S. 12.

<sup>96</sup> Vgl. Grice (2003), S. 91.

<sup>97</sup> Vgl. Agarwal (2007), S. 1542.

<sup>98</sup> Vgl. Balcaen/Ooghe (2004), S. 32.

## Literatur

- [1] Achleitner, Ann-Kristin/ Wahl, Simon (2003): Corporate Restructuring in Deutschland. Verlag Wissenschaft & Praxis.
- [2] Agarwal, Vineet/ Taffler, Richard (2007): Comparing the performance of market-based and accounting-based bankruptcy prediction models, in: Journal of Banking & Finance, Vol. 32, Nr. 8, S. 1541-1551.
- [3] Altman, Edward I. (1968): Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy, in: Journal of Finance, Vol. 23, Nr. 4, S. 589-610.
- [4] Altman, Edward I./ Haldeman, Robert G./ Narayanan, P. (1977): Zeta analysis: A new model to identify bankruptcy risk of corporations, in: Journal of Banking and Finance, Vol. 1, Nr. 1, S. 29-54.
- [5] Altman, Edward I. (1993): Corporate financial distress and bankruptcy. A complete guide to predicting and avoiding distress and profiting from bankruptcy. John Wiley & Sons.
- [6] Altman, Edward I./ Marco, Giancarlo/ Varetto, Franco (1994): Corporate distress diagnosis: Comparisons using linear discriminant analysis and neural networks (the Italian experience), in: Journal of Banking and Finance, Vol. 18, Nr. 3, S. 505-529.
- [7] Altman, Edward I. (2000): Predicting financial distress of companies: Revisiting the Z-Core and Zeta Models. <http://pages.stern.nyu.edu/~ealtman/Zscores.pdf>
- [8] Balcaen, Sofie/ Oohge, Hubert (2004): Alternative methodologies in studies on business failure: Do they produce better results than the classic statistical methods?, in: Vlerick Leuven Gent Working Paper Series, Nr. 16.
- [9] Balcaen, Sofie/ Ooghe, Hubert (2006): 35 years of studies on business failure: an overview of the classic statistical methodologies and their related problems, in: The British Accounting Review, Vol. 38, Nr. 1, S. 63-93.
- [10] Beaver, William H. (1966): Financial ratios as predictors of failure, in: Empirical Research in Accounting: Selected Studies, Supplement to Vol. 5, S. 71-111.
- [11] Bemmann, Martin (2005): Verbesserung der Vergleichbarkeit von Schätzergebnissen von Insolvenzprognosestudien, in: Dresden Discussion Paper Series in Economics, Nr. 5.

- [12] Charitou, Andreas/ Neophytou, Evi/ Charalambous, Chris (2004): Predicting corporate failure: Empirical evidence for the UK, in: *European Accounting Reviews*, Vol. 13, Nr. 3, S. 465-497.
- [13] Chava, Sudheer/ Jarrow, Robert (2004): Bankruptcy prediction with industry effects, in: *Review of Finance*, Vol. 8, Nr. 4, S. 537-569.
- [14] Cochran, William G. (1964): On the performance of the linear discriminant function, in: *Technometrics*, Vol. 6, Nr. 2, S. 179-190.
- [15] Deakin, Edward B. (1972): A discriminant analysis of predictors of business failure, in: *Journal of Accounting Research*, Vol. 10, Nr. 1, S. 167-179.
- [16] Dimitras, A.I./ Zanakis, S.H./ Zopounidis, C. (1996): A survey of business failures with an emphasis on prediction methods and industrial applications, in: *European Journal of Operational Research*, Vol. 90, Nr. 3, S. 487-513.
- [17] Eisenbeis, Robert A. (1977): Pitfalls in the application of discriminant analysis in business, finance, and economics, in: *The Journal of Finance*, Vol. 32, Nr. 3, S. 875-900.
- [18] Frydman, Halina/ Altman, Edward I./ Kao, Duen-Li (1985): Introducing recursive partitioning for financial classification: The case of financial distress, in: *The Journal of Finance*, Vol. 15, Nr. 1, S. 269-291.
- [19] Grice, John Stephen Jr./ Ingram, Robert W. (2001): Tests of the generalizability of Altman's bankruptcy prediction model, in: *Journal of Business Research* Vol. 54, Nr. 1, S. 53-61.
- [20] Grice, John Stephen Jr./ Dugan, Michael T. (2003): Re-estimation of the Zmijewski and Ohlson bankruptcy prediction models, in: *Advances in Accounting*, Vol. 20, S. 77-93.
- [21] Litz, Hans Peter (2000): *Multivariate statistische Methoden und ihre Anwendung in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften*, Oldenbourg.
- [22] Luoma, M./ Laitinen, E.K. (1991): Survival analysis as a tool for company failure prediction, in: *OMEGA International Journal of Management Science*, Vol. 19, Nr. 6, S. 673-678.
- [23] Muller, G.H./ Steyn-Bruwer, B.W./ Hamman, W.D. (2009): Predicting financial distress of companies listed on the JSE - A comparison of techniques, in: *South African Journal of Business Management*, Vol. 40, Nr. 1, S. 21-37.
- [24] Ohlson, James A. (1980): Financial ratios and the probabilistic prediction of bankruptcy, in: *Journal of Accounting Research*, Vol. 18, Nr. 1, S. 109-131.



- [25] Shumway, Tyler (2001): Forecasting Bankruptcy more accurately: A simple hazard model, in: *Journal of Business*, Vol. 74, Nr. 1, S. 101-124.
- [26] Statistische Bundesamt (o.J.): Insolvenzen. <http://www.destatis.de/jetspeed/portal/cms/Sites/destatis/Internet/DE/Content/Statistiken/UnternehmenGewerbeInsolvenzen/Insolvenzen/Aktuell.psml>; Zugriff am 12. 05. 2010.
- [27] Wilson, Rick L./ Sharda, Ramesh (1994): Bankruptcy prediction using neural networks, in: *Decision Support Systems*, Vol. 11, Nr. 5, S. 545-557.
- [28] Wu, Y. (2010): A comparison of alternative bankruptcy prediction models, in: *Journal of Contemporary Accounting & Economics*, doi:10.1016/j.jcae.2010.04.002.
- [29] Zhang, Guoqiang/Hu, Michael Y./Patuwo, B. Eddy/Indro, Daniel C. (1999): Artificial neural networks in bankruptcy prediction: General framework and cross-validation analysis, in: *European Journal of Operational Research*, Vol. 116, Nr. 1, S. 16-32.
- [30] Zmijewski, Mark E. (1984): Methodological issues related to the estimation of financial distress prediction models, in: *Journal of Accounting Research*, Vol. 22, Supplement, S. 59-82.